IDENTIFICACIÓN DE DAÑOS EN VIGAS DE HORMIGÓN EXPERIMENTALES Y ANALÍTICAS UTILIZANDO MÉTODOLOGÍAS MODALES

Drianfel E. Vázquez Torres [1] , Luis E. Suárez [2] y Ricardo R. López[2]

Resumen: En este artículo se presenta una evaluación de metodologías no destructivas para detectar defectos o daños en estructuras. Todos los métodos se basan en el uso directo o indirecto de las propiedades modales medidas en la estructura sin y con daño. En particular, se evaluó el uso de matrices definidas en términos de un número limitado de frecuencias y modos, entre ellas matrices de rigidez y flexibilidad modificadas. Se usaron dos tipos de modelos en la investigación: modelos experimentales de vigas de hormigón con y sin refuerzo longitudinal y sus correspondientes modelos analíticos creados con el programa de elementos finitos ANSYS. Se construyeron modelos sin daño para ser usados como vigas de control y modelos con una y dos grietas superficiales que atravesaban todo el ancho de la viga. Las propiedades modales de las vigas simplemente soportadas se obtuvieron usando una carga impulsiva y el método de Respuesta en Frecuencia. De ambos modelos se obtuvieron los parámetros dinámicos necesarios para calcular la diferencia entre las diversas matrices que caracterizan a las vigas con y sin grietas. Para los casos estudiados se encontró que las matrices de flexibilidad definidas con los tres primeros modos de la viga fueron los indicadores más eficientes. Además se evaluó la posibilidad de usar el cambio en las frecuencias naturales y en los modos de vibración como indicadores de daños, pero los resultados no fueron satisfactorios.

Palabras Claves: análisis modal experimental, identificación de daño, medición de propiedades dinámicas, identificación de sistemas.

DAMAGE IDENTIFICATION IN ANALYTICAL AND EXPERIMENTAL CONCRETE BEAMS BY MEANS OF MODAL METHODS

Abstract: This article presents an evaluation of nondestructive methodologies to detect damage or defects in structures. The methods are based on the measured modal properties of the structures with and without damage. Several matrices defined in terms of a limited number of frequencies and modes were evaluated, in particular modified stiffness and flexibility matrices were used. Two types of models were used in this research: experimental models of reinforced and unreinforced concrete beams, and analytical models of the same beams, created with the finite element program ANSYS. Models without initial damage were used as control beams. The other models had either one or two induced superficial transverse cracks. The modal properties of the simply supported beams were obtained using an impulsive load along with the Frequency Response method. The dynamic parameters necessary to calculate the difference between the matrices corresponding to the cracked and uncracked beams were obtained from both experimental and analytical models. It was found that the flexibility matrices defined with the first three modes of the beam were the most efficient indicators for the cases studied. The possibility of using the change in the natural frequencies and vibration modes as damage indicators was also evaluated but the results were not satisfactory.

Keywords: damage detection, measurement of dynamic properties, modal testing, system identification.

---

[1] Catedrático Auxiliar, Departamento de Ingeniería, Universidad de Puerto Rico en Ponce, Ponce, Puerto Rico 00732. drian@uprp.edu

[2] Catedrático, Departamento de Ingeniería Civil y Agrimensura, Recinto Universitario de Mayagüez, Universidad de Puerto Rico, Mayagüez , Puerto Rico 00681. lsuarez@uprm.edu, rilopez@uprm.edu.

INTRODUCCIÓN

Los daños en una estructura pueden deberse a cargas accidentales que excedieron aquellas para las cuales las estructuras fueron diseñadas o simplemente porque estas últimas han superado su vida útil y sus propiedades físicas y mecánicas han cambiado o deteriorado debido al paso del tiempo y por el ataque del medio ambiente. Como consecuencia de estos factores existe el riesgo de que ocurran fallas o colapsos que podrían significar la pérdida de vidas humanas o en el mejor de los casos, daños directos a la propiedad.

La posibilidad de prevenir la ocurrencia de fallas por defectos que puedan surgir luego de la construcción de la estructura a través de una detección temprana de los mismos, ha motivado a los investigadores a desarrollar métodos de evaluación que permitan conocer la condición o deficiencias en los elementos estructurales. En otros casos, los defectos pueden estar en una parte de la estructura a la cual no se tiene acceso y por consiguiente no es posible una inspección visual. Esto puede ocurrir, por ejemplo, en estructuras sumergidas o en donde los elementos estructurales están cubiertos como es el caso de edificios de acero con protección para fuego. Aún si es factible una inspección visual, ésta no es una metodología de evaluación siempre confiable porque con ésta sólo se puede detectar fallas en la superficie del elemento y no se puede identificar la condición interna del mismo.

Alternativamente, la detección de defectos se puede efectuar mediante métodos basados en pruebas destructivas. Si bien estos métodos son confiables, muchas veces su uso en estructuras de ingeniería civil es limitado precisamente por el carácter destructivo de los mismos. Además, sería deseable disponer de una técnica que no consuma mucho tiempo y que se pueda automatizar. Por ejemplo, para estructuras especiales, como puentes importantes, sería muy útil poder instalar un sistema automático de detección de daños que permita a un operador remoto tomar una decisión para su cierre inmediato, rehabilitación, etc. Debido a los factores citados, recientemente los investigadores se han enfocado en métodos basados en pruebas no destructivas. Entre las pruebas no destructivas para detección de daño se encuentran las técnicas de emisión acústica, procedimientos basados en análisis termal, y los métodos de análisis modal.

Uno de los métodos no destructivos que más han atraído la atención son los que se basan en el cambio en las propiedades dinámicas de la estructura, o sea sus frecuencias naturales, modos de vibración y amortiguamiento, debido a la presencia de un defecto o daño. Diversos estudios demostraron que, comparados con otras técnicas, estos métodos modales son muy eficientes, además de que el costo de operación es bajo. Es sabido que las propiedades dinámicas de una estructura son función de su masa, rigidez y capacidad de disipación de energía. Un cambio en estas propiedades, ya sea debido a pérdida del material, corrosión, degradación o fatiga del material, erosión o grietas, van a tener una influencia directa en el comportamiento dinámico de la estructura. Para determinar estos cambios en las propiedades dinámicas se han usado modelos analíticos y experimentales o una combinación de ambos y se han propuesto numerosos indicadores.

Precisamente, en este artículo se presenta la aplicación de un método que se basa en examinar el comportamiento dinámico de vigas de hormigón armado de manera que se puedan detectar e identificar grietas, usando como información de manera indirecta sus frecuencias naturales y modos. Durante el proyecto se estudió la efectividad de usar como técnicas de identificación varias metodologías modales. Para obtener los parámetros dinámicos necesarios para la metodología de evaluación se midieron las Funciones de Respuesta en Frecuencia (FRF). Se identificaron aquellas técnicas de evaluación que demostraron ser eficientes para la localización de defectos en elementos estructurales usando una cantidad mínima de modos de vibración.

OBJETIVOS

Los objetivos principales de la investigación descripta en este artículo fueron los siguientes:

- Efectuar análisis dinámicos transitorios en modelos experimentales y su simulación en modelos analíticos para obtener diferentes parámetros dinámicos (frecuencias, modos, matriz de flexibilidad y de rigidez) utilizando las Funciones de Respuesta en Frecuencia (FRF).
- Corroborar la eficiencia de algunos métodos de evaluación basados en propiedades modales para identificar y localizar defectos o daños en vigas de hormigón con y sin refuerzo longitudinal.

Los modelos experimentales fueron construidos en el Laboratorio de Materiales del Departamento de Ingeniería Civil y Agrimensura de la Universidad de Puerto Rico en Mayagüez. Los modelos analíticos fueron desarrollados usando el programa de elementos finitos ANSYS v5.6 (ANSYS 1993). Los defectos inducidos en ambos casos consistieron en una grieta ubicada a una distancia fija de uno de los extremos y en dos grietas a distancias equidistante de ambos extremos. Las metodologías para la detección de daños estudiadas en esta investigación están basadas en el

trabajo de investigación que se reportó en la tesis "Determinación y localización de daños estructurales utilizando propiedades modales" desarrollado por el Ing. J. M. Pérez y supervisado por el Prof. L. E. Suárez de la Universidad de Puerto Rico en Mayagüez (Pérez, 1994).

RESUMEN DE INVESTIGACIONES PREVIAS

La dinámica de elementos estructurales con defectos o grietas, especialmente vigas, ha sido objeto de numerosas investigaciones. Como una grieta o defecto en una estructura tiende a flexibilizar localmente al elemento estructural, es de esperar que las frecuencias naturales disminuyan. Además, se encontró que el amortiguamiento en las estructuras aumenta con la presencia de grietas. Estas propiedades se pueden utilizar, al menos en teoría, para no sólo detectar la existencia de defectos, sino también localizar su ubicación, y en algunos casos, determinar su magnitud.

Muchos de los trabajos sobre la identificación de defectos estructurales utilizando parámetros modales, al igual que el presente estudio, utilizaron como indicadores las matrices de rigidez y flexibilidad de la estructura, obtenidas en función de los modos y frecuencias. Una buena recopilación de trabajos en esta área se puede encontrar en el reporte técnico de Doebling et al. (1996). Los mismos autores presentaron un reporte más actualizado en un artículo de revisión de literatura (Doebling et al. 1998). Otra publicación donde se reseñan investigaciones sobre métodos para identificación de daño usando las frecuencias naturales es el de Salawu (1997). Aquí sólo se van a citar un número limitado de los trabajos más relevantes para el presente estudio.

Mannan y Richarson (1990) argumentaron que los parámetros modales, si bien pueden ser útiles para detectar un daño en la estructura, no son aptos para localizar el mismo, a menos que estos parámetros correspondan a modos *locales*. Estos modos locales, que tienen frecuencias asociadas altas, son necesarios para localizar cambios en rigidez en una zona reducida de la estructura. Comparando las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento de un modelo simple de tres grados de libertad con masas y resortes, Mannan y Richarson demostraron que sólo si éstas se definen usando el segundo y tercer modo es posible detectar una disminución en la rigidez de uno de los resortes. Además, los mismos autores investigaron la factibilidad de detectar un daño consistente en una ranura que atravesaba una placa delgada de aluminio estudiando los cambios en las Funciones Respuesta en Frecuencia antes y después de que se creó la ranura. La placa estaba sostenida por bandas elásticas en sus cuatro esquinas para simular una condición libre-libre. El método no demostró ser fue muy confiable.

Chowdhury (1991) estudió los cambios en los coeficientes de rigidez de una placa de acero similar a la usada por Mannan y Richarson, con y sin una ranura en un borde libre, como así también los cambios que se producían en la matriz de masa cuando se atornillaba a la placa un pequeño bloque de acero. Las matrices de rigidez y de masa se definieron usando información modal obtenida experimentalmente. No está claro del estudio si el método resultó exitoso.

Hogue y sus colegas (1991) describieron el procedimiento para definir la matriz de flexibilidad y de masa de una estructura real usando los modos y frecuencias medidos. La estructura consistía en uno de los tramos de un puente de hormigón armado con cuatro vanos. Si bien el objetivo principal de este trabajo no fue la detección de defectos sino la identificación de las características mecánicas, los autores describieron los posibles problemas y situaciones que se pueden encontrar durante el proceso de medición.

En una continuación del trabajo anterior, Raghavendrachar y Aktan (1992) describieron un proceso de identificación estructural de un puente de hormigón de tres tramos mediante un ensayo dinámico usando como excitación cargas de impacto. Los coeficientes de flexibilidad de la estructura se obtuvieron a partir de las Funciones Respuesta en Frecuencia medidas. Los autores concluyeron que estos coeficientes de flexibilidad son más sensibles a los daños que las frecuencias y modos.

En otro trabajo realizado por Fox (1992) se compararon algunas técnicas que utilizan las frecuencias naturales y modos de vibración como parámetros para localizar daños en las estructuras. Para esto se modelaron en un programa de elementos finitos y se construyeron físicamente dos vigas con ambos extremos libres. Se consideró una viga de control (sin defectos) y una viga con un defecto ubicado a un 20% de su luz. Los datos obtenidos del programa consistían en las diez primeras frecuencias naturales y correspondientes modos de vibración, mientras que en los modelos experimentales sólo se pudieron obtener los primeros seis. Como conclusión de esta investigación se obtuvo que al inducir pequeños defectos en estas vigas se producían cambios considerables en los modos de vibración y en las frecuencias naturales. Además, de acuerdo a Fox, tanto los modos de vibración como las frecuencias naturales son buenos indicadores de la presencia de daños o defectos, pero son insuficientes por sí solos para detectar la ubicación de los mismos.

Kam y Lee (1992) utilizaron un modelo reducido de matrices de rigidez para la determinación y ubicación de daños en estructuras. El método consistía en discretizar la estructura con un grupo de elementos y suponer la ubicación de la grieta en uno de ellos. Luego se obtenían las frecuencias naturales y los modos de vibración de pruebas experimentales y se utilizaban para el proceso de identificación basado en la matriz de rigidez. El método se basaba en un análisis estadístico de cada elemento con daño supuesto, y usando varios parámetros estadísticos se ubicaba el elemento que tenía el defecto. Además de localizar el daño, Kam y Lee también determinaron el tamaño del mismo. Para esto utilizaron una ecuación de equilibrio de energía de deformación ("strain energy equilibrium equation"). El modelo experimental también consistía en una estructura de acero y no de hormigón, por lo que los resultados y conclusiones no son directamente aplicables al presente estudio.

Srinivasan y Kot (1992) reportaron que en algunos casos las frecuencias naturales son menos sensibles que los modos de vibración de acuerdo al tipo de defecto inducido. Por otro lado, Liang, et al. (1992) encontraron que los modos de vibración pueden ser buenos indicadores para la determinación de daños pero no para la localización de los mismos.

Pandey y Biswas (1994) propusieron otro procedimiento para detección de daño basado en la idea que los cambios en las propiedades dinámicas se ven reflejadas en cambios en las matrices de flexibilidad. El procedimiento utilizado se basó en la medición de los parámetros modales utilizando tanto un modelo analítico como uno experimental. Estos investigadores hallaron que la matriz de flexibilidad se puede obtener con pocos modos de vibración y que con esta matriz es posible determinar y ubicar la presencia de daños en la estructura. No obstante, Pandey y Biswas señalaron que los cambios en la flexibilidad dependen en gran manera de las condiciones de apoyo de la viga. El método propuesto dio mejores resultados cuando el defecto coincidía con una zona en donde los momentos flectores eran más importantes. La demostración experimental se hizo usando vigas de acero estructural, pero las conclusiones podrían ser distintas para estructuras en hormigón por todas las incertidumbres asociadas a este material.

En otro estudio realizado por Narkis (1994) se propuso un método para calcular las frecuencias naturales de vigas simplemente soportadas con grietas. Para esto se modeló la grieta mediante un resorte lineal elástico. Se desarrolló la ecuación de movimiento para las vigas usando un modelo de dos vigas unidas por un resorte torsional que modela la grieta. Según esta investigación, con sólo los dos primeros modos de vibración y las frecuencias naturales correspondientes fue suficiente para determinar tanto la ubicación de la grieta como el tamaño (profundidad) de la misma. Los datos obtenidos de estos análisis simplificados fueron comparados con un programa de elementos finitos arrojando resultados aceptables.

Como puede deducirse de esta muestra de los numerosos trabajos de investigación que tratan sobre la detección de defectos o daños usando las propiedades dinámicas (modales) de un estructura, muchas veces las conclusiones son contradictorias. Del presente trabajo se obtendrán conclusiones independientes que confirmarán algunas de las observaciones antes citadas. No obstante, debe aclararse no se pretende establecer conclusiones muy abarcadores o generales, pues el estudio está enfocado en una estructura en particular con ciertos defectos específicos.

PROCEDIMIENTO

Con el propósito de corroborar los métodos modales de detección de daños propuestos por Pérez y Suárez citados antes, se desarrollaron modelos analíticos y modelos experimentales. Los fundamentos del análisis modal experimental pueden encontrarse en la literatura técnica (ver por ejemplo, Ewins 2000) y son conocidos por quienes trabajan en el área de análisis experimental de vibraciones. No obstante, a continuación se incluye una breve introducción a algunos conceptos básicos del análisis modal experimental con el propósito de que se pueda entender mejor los métodos de detección de daño que se presentan en este trabajo.

Conceptos Básicos de Análisis Modal Experimental

El análisis modal experimental se puede definir como el proceso de caracterización de las propiedades dinámicas de un sistema estructural en términos de sus modos de vibración y frecuencias naturales medidas en un modelo de laboratorio o en la estructura real en el campo. El análisis modal experimental se puede efectuar de dos maneras: a) excitando la estructura con una carga armónica de frecuencia creciente (o decreciente) hasta encontrar los picos de las Funciones de Respuesta en Frecuencia (FRF); b) aplicando una única excitación transitoria (impulsiva o aleatoria) y empleando la transformada de Fourier y el método de Respuesta en Frecuencia para hallar las FRF.

El primer método es más robusto que el segundo, o sea menos sensible a ruidos y a otros factores que afectan la calidad de las mediciones. Sin embargo, y a pesar de además ser conceptualmente mucho más simple, es más lento que el segundo porque cada carga debe aplicarse numerosas veces hasta cubrir el rango de frecuencias de interés. Además la excitación debe aplicarse durante un tiempo (que depende del nivel de amortiguamiento) hasta que la estructura esté vibrando en régimen. El segundo método es más sencillo de aplicar, pero su fundamento teórico es más complicado y es más susceptible a problemas numéricos y a perturbaciones en el proceso de medición. A diferencia del primer método, aquí se trata excitar simultáneamente a la estructura en un ancho de banda de frecuencias lo suficientemente amplio como para suplir energía a todas las frecuencias de interés. Para esto, a diferencia del método de la carga armónica, es necesario instrumentar tanto la estructura como la fuente de excitación. Usualmente la estructura debe ser instrumentada con uno o varios acelerómetros u otro sensores (para el presente trabajo se usaron 10 acelerómetros) para medir la respuesta del elemento estructural, mientras que la fuerza impulsiva se aplica mediante un martillo modal que tiene un sensor (una celda de carga) para medir la fuerza aplicada. La desventaja de este método es que, como es sensible a errores de medición, debe corregirse las señales registradas para eliminar el ruido y otros fenómenos que aparecen cuando se trabaja con señales digitalizadas. El principal de estos efectos indeseables es el que se conoce como solapamiento (o más conocido por su nombre en inglés: "aliasing"). Para la investigación que aquí se reporta se adoptó el método de la excitación impulsiva debido a las ventajas antes citadas y además porque se disponía del equipo para efectuar este ensayo (y no así de un vibrador, excitador armónico o "shaker").

En la Figura 1 se presenta un esquema gráfico donde se incluyen todos los componentes requeridos para implementar el método de la excitación impulsiva, tal como se efectuó durante la investigación reportada. Es necesario mencionar que cuando se efectúo este ensayo, el Laboratorio de Materiales del Departamento de Ingeniería Civil de la UPR-M no disponía de un analizador espectral de señales, el que automáticamente efectúa mucho de los cálculos necesarios para implementar el método. Por lo tanto, todos los cálculos requeridos (las transformadas de Fourier, etc.) se hicieron mediante programas en Matlab desarrollados por el primer autor de este trabajo.

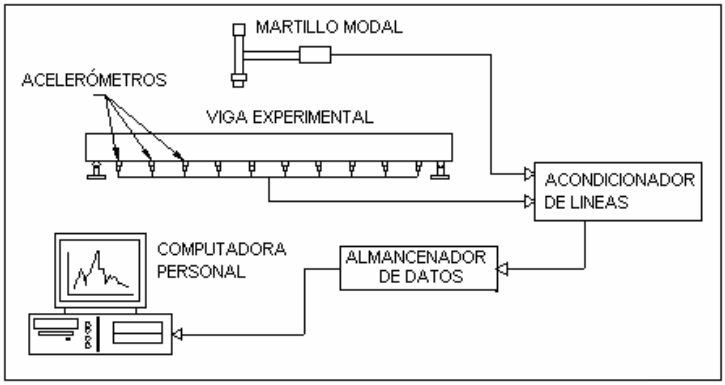

Figura 1: Modelo de equipo de laboratorio necesario para medir las FRF.

ETAPA ANALÍTICA

Análisis modal analítico

El análisis modal analítico se basa, como su nombre lo indica, en el uso de un modelo analítico o mecánico de la estructura, complementado por un modelo matemático. Para discretizar la estructura y crear así el modelo analítico se usó el método de elementos finitos y el programa comercial de computadoras multi-propósito ANSYS v. 5.6 (ANSYS, 1993). Para sistemas discretos (o de masa concentrada), el modelo matemático consiste en un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de movimiento. Estas ecuaciones se resuelven numéricamente utilizando los autovectores o modos de vibración de la estructura, lo que justifica el nombre de "análisis modal".

Modelos analíticos en elementos finitos

Utilizando el programa de elementos finitos ANSYS se desarrollaron seis modelos, los cuales se dividieron en dos grupos. Cada grupo constaba de una viga *de control* (es decir, un modelo de la viga sin ningún defecto), de una viga con un defecto (en este caso una grieta) y el tercer caso consistió en una viga con dos defectos (grietas). Los modelos que pertenecían al grupo A no tenían acero longitudinal de refuerzo, mientras que los del grupo B tenían varillas de refuerzo. Las propiedades geométricas y físicas de los elementos estructurales se presentan en la Tabla 1 y la descripción de los

defectos o grietas inducidos en los modelos experimentales y analíticos se listan en la Tabla 2. Todas las grietas tenían un espesor de 1/16 de pulgada (1.6 mm).

Para la simulación numérica del ensayo con los modelos de los grupos A y B se utilizaron distintos métodos. Para discretizar las vigas del grupo A (vigas sin refuerzo) se usaron modelos de elementos finitos bi-dimensionales (que representan un estado de esfuerzos planos). La Figura 2 muestra los tres casos que se consideraron como parte del grupo A: viga sin defecto, con una grieta superficial y con dos grietas. Las grietas se modelaron en forma tal que atraviesan todo el ancho de la viga. Las grietas se crearon simplemente usando para una fila de elementos finitos un material con bajo módulo de elasticidad y densidad. No se consideró el caso que se conoce como "grietas que respiran" ("breathing cracks" en inglés). Este tipo de grietas tienen la característica al vibrar la viga hacia el lado opuesto en donde están ubicadas, éstas pueden cerrarse. En otras palabras, cuando los dos lados de la grieta entran en contacto, la viga se comporta como si no tuviera un defecto. Éste es un problema no lineal cuyo estudio está más allá de los objetivos de la presente investigación. Una vez creado los modelos de elementos finitos, usando el mismo programa ANSYS se efectuó un análisis dinámico transitorio ("Time History Analysis" o "Transient Dynamic Analysis"), es decir, se obtuvo la respuesta en el tiempo de las vigas. La variación en el tiempo de la excitación se tomó de la lectura del martillo modal. La respuesta se calculó en los puntos indicados con triángulos en la cara superior de las vigas de la Figura 2. Estos puntos coinciden con la posición de los acelerómetros. Procediendo de esta manera fue posible modelar los experimentos en forma precisa con el programa de elementos finitos.

Tabla 1: Propiedades de los materiales.

Propiedades Geométricas		Propiedades de los Materiales		
Largo	54 pulg	**Propiedad**	**Acero**	**Hormigón**
Alto	5 pulg	Peso Unitario	490 lb/ft^3	140-150 lb/ft^3
Espesor	4 pulg	Capacidad	60 ksi	2.4 ksi
Area	20 in^2	Módulo de Elasticidad	29,000 ksi	2,1792 ksi
Inercia	41.67 pulg^2	Razón de Poisson	0.3	0.17

Tabla 2: Descripción de los tipos de grietas inducidas.

Tipos de Grietas	Número de Grietas	Localización		Descripción
		De la derecha	De la izquierda	
1	0	-	-	Viga Control
2	1	13.5 pulg	-	Cubre el ancho total
3	2	13.5 pulg	13.5 pulg	Cubre el ancho total

Para los tres modelos del grupo B (vigas con refuerzo longitudinal) se usaron modelos de elementos finitos tri-dimensionales para poder representar las varillas de acero. Por simplicidad en la construcción de los modelos, dado que se usaron elementos con forma de prismas rectangulares (a veces llamados elementos "ladrillo", o "brick" en inglés) se supuso que el área trasversal de las varillas de acero era cuadrada. Sin embargo, se utilizó un área de acero equivalente al del área circular. Además, los momentos de inercia de las secciones circulares y cuadradas son muy similares. Se colocaron dos varillas en la cara inferior del modelo. La Figura 3 muestra uno de los tres modelos del grupo B creado con el programa ANSYS. Para los tres modelos tri-dimensionales del grupo B se efectuó con el programa de elementos finitos un análisis modal. Mediante análisis modal debe entenderse ahora la solución del problema de autovalores para obtener las frecuencias naturales y modos de vibración, y no el proceso de superposición de modos para calcular la respuesta. Esto se hizo así porque hacer un análisis transitorio de los modelos tridimensionales con la precisión necesaria para estos modelos tenía un alto costo en términos de tiempo, de computadoras y de mano de obra.

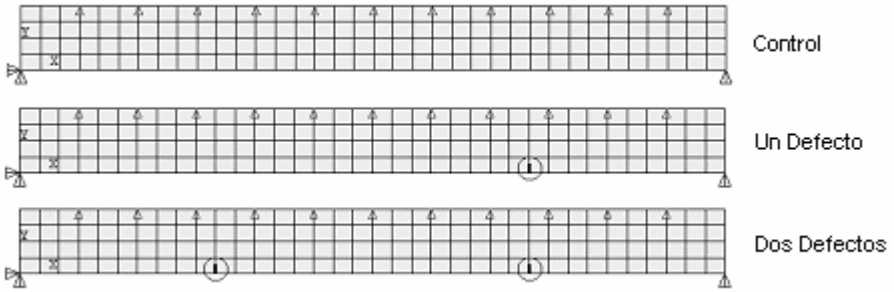

Figura 2: Modelos de elementos finitos en dos dimensiones para el grupo A.

ETAPA EXPERIMENTAL

Modelos Experimentales

Los modelos experimentales, al igual que los modelos analíticos, fueron construidos con las condiciones de borde y propiedades físicas y geométricas que se especificaron anteriormente en las Tablas 1 y 2. Los defectos inducidos en las vigas también fueron localizados físicamente en la misma ubicación que en el modelo de elementos finitos como se describió en la Tabla 3. Los defectos experimentales consistían en dos laminillas de plástico de 1/16 pulgadas de espesor, una junto a la otra, que fueron ubicadas en las vigas experimentales al momento de fundir del hormigón.

Luego de que se construyeran los modelos experimentales, se procedió a obtener sus propiedades dinámicas en forma análoga a como se hizo en el programa de elementos finitos. Para esto se le colocó al modelo experimental un arreglo de diez acelerómetros distribuidos uniformemente en la dirección longitudinal de la viga, como se muestra en la Figura 4. Estos acelerómetros fueron adheridos a la viga por medio de una solución de epoxy, lo que permitió obtener una confiabilidad aceptable en las mediciones.

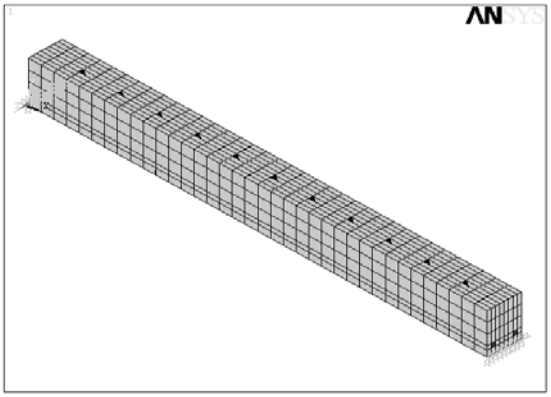

Figura 3: Modelo de elementos finitos en tres dimensiones para el grupo B.

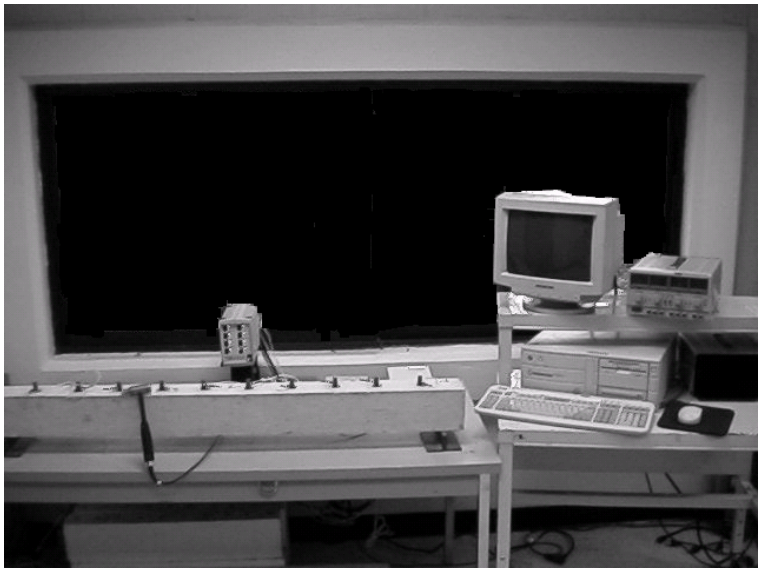

Figura 4: Vigas experimentales y equipo de medición de laboratorio.

Luego de completada la preparación experimental se procedió a obtener los parámetros dinámicos. Como se mencionó anteriormente, el método utilizado para obtener estos parámetros fue el de la excitación transitoria, que requiere aplicar el método de Respuesta en Frecuencia para obtener las FRF. La excitación consistió en una fuerza impulsiva (de corta duración) $f(t)$ aplicada a mano con un martillo modal y la respuesta en el tiempo se midió con

acelerómetros. De acuerdo a la relación fundamental del Método de Respuesta en Frecuencia, la relación entre las transformadas de Fourier de la respuesta $X(\omega)$ y de la excitación $F(\omega)$ es la Función Respuesta en Frecuencia $H(\omega)$, a veces también llamada función de transferencia:

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} \tag{1}$$

La respuesta medida puede ser el desplazamiento, la velocidad, o la aceleración y en estos casos, la Función Respuesta en Frecuencia se conoce como Receptancia, Movilidad o Acelerancia, respectivamente. El caso más común es medir aceleraciones y por lo tanto en este caso la ecuación (1) definiría la Acelerancia. Existe una relación simple entre estas funciones. Supongamos que $X(\omega)$ es la transformada de Fourier de un historial de desplazamientos y por consiguiente $H(\omega)$ en la ecuación (1) es la Receptancia. La Movilidad $H_v(\omega)$ y la Acelerancia $H_a(\omega)$ se pueden calcular teóricamente como:

$$H_v(\omega) = i\omega H(\omega) \quad ; \quad H_a(\omega) = -\omega^2 H(\omega) \tag{2}$$

Luego de medir en el laboratorio las distintas señales en el tiempo, se procedió a calcular numéricamente los parámetros dinámicos. Para esto es necesario calcular las transformadas de Fourier de las señales de entrada y salida. La Figura 5 muestra un esquema de este proceso.

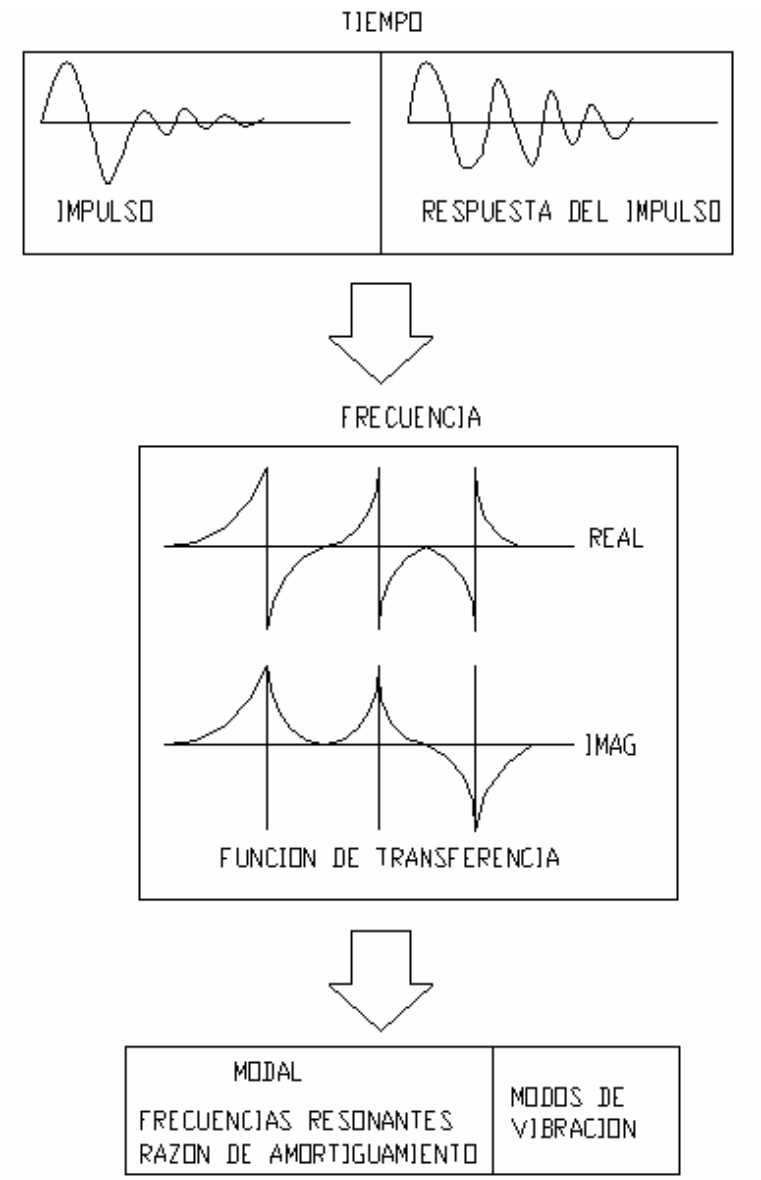

Figura 5: Esquema del cálculo de las propiedades dinámicas.

Frecuencias naturales y amortiguamiento utilizando las FRF

El primer paso para obtener las frecuencias naturales del sistema es definir las FRF usando la ecuación (1). La manera más simple de obtener las frecuencias naturales es graficando el módulo (o amplitud) o la parte imaginaria de una de las Funciones Respuesta en Frecuencia $H(\omega)$. Las frecuencias naturales son aquellas en donde el módulo o la parte imaginaria tienen un pico. De igual forma se podría graficar la parte real de la función $H(\omega)$, y en este caso las frecuencias naturales están en los puntos donde la curva intercepta el eje de frecuencias, o sea donde la parte real es cero. La Figura 6 muestra una de las funciones Respuesta en Frecuencia medidas, en amplitud, parte real e imaginaria. Los gráficos en la primera columna son las Acelerancias, los de la segunda columna las Movilidades, y en la tercera columna se muestran las Receptancias. La forma sencilla de obtener las frecuencias naturales antes descripta es aproximada: se basa en la suposición de que al pico correspondiente a una frecuencia natural ω_j sólo contribuye el modo de vibración "j". Sin embargo, esta suposición es muy razonable si las frecuencias naturales están bien separadas como es el caso de las vigas simplemente soportadas consideradas en este estudio. Para otros casos más complicados, existen métodos más sofisticados (Ewins, 2000).

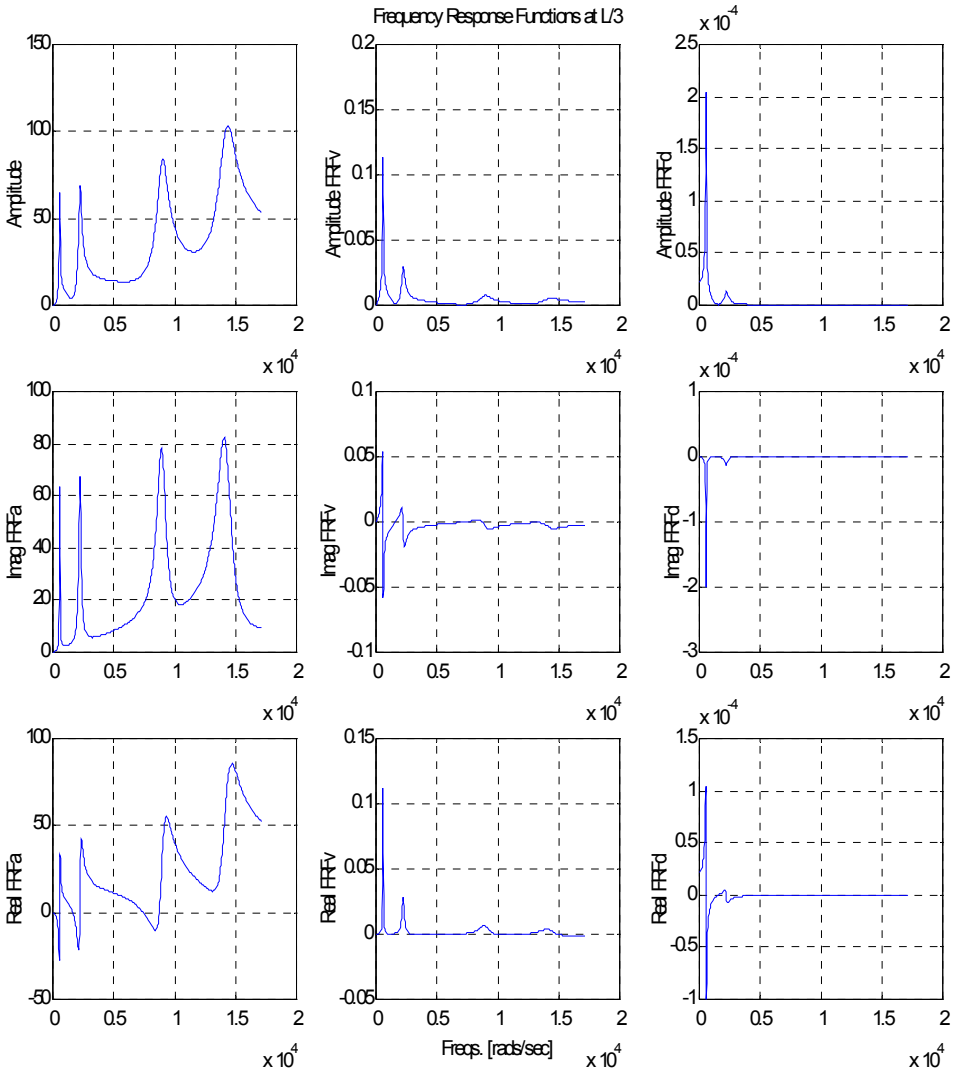

Figura 6: Funciones Respuesta en Frecuencia medidas.

Para obtener la razón de amortiguamiento se necesita obtener la magnitud de cada pico del gráfico del módulo de las FRF, además de otras dos frecuencias, a izquierda y derecha del pico, que se denotan ω_a y ω_b. Estas dos frecuencias definen los llamados puntos de media potencia, y las fórmulas para obtenerlas son las siguientes:

$$\omega_a = \omega\left(\frac{|H_{rs}|_{\max}}{\sqrt{2}}\right)_{izquierda} \quad ; \quad \omega_b = \omega\left(\frac{|H_{rs}|_{\max}}{\sqrt{2}}\right)_{derecha} \tag{3}$$

O sea que ω_a y ω_b son las frecuencias correspondientes a los dos puntos donde la magnitud del módulo de la FRF es igual al máximo $|H_{rs}|_{\max}$ dividido por $\sqrt{2}$. Con estas frecuencias, las razones de amortiguamiento ξ_j se pueden calcular con la siguiente expresión:

$$\xi_j = \frac{\omega_a^2 - \omega_b^2}{2\omega_j^2} \tag{4}$$

En la Figura 7 se presenta gráficamente el cómputo de la razón de amortiguamiento para un modo dado.

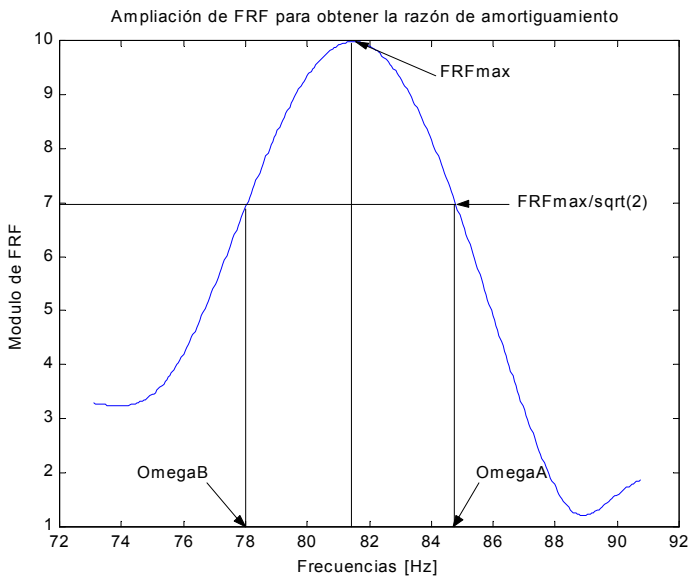

Figura 7: Cómputo de la razón de amortiguamiento.

Modos de vibración experimentales

Una manera sencilla de obtener los modos de vibración es mediante la parte imaginaria de la función de Respuesta en Frecuencia $H(\omega)$. Si el sistema tiene amortiguamiento viscoso clásico o proporcional, la Receptancia entre los grados de libertad r y s se puede calcular como:

$$H_{rs}(\omega) = \sum_{j=1}^{n} \frac{\phi_{rj}\phi_{sj}}{\omega_j^2 - \omega^2 + i2\xi_j\omega_j\omega} \tag{5}$$

Cuando la frecuencia de la excitación ω coincide con una frecuencia natural, por ejemplo ω_j, la expresión anterior se puede escribir como

$$H_{rs}(\omega_j) = \frac{\phi_{rj}\phi_{sj}}{i2\xi_j\omega_j^2} + \sum_{k=1}^{n} \frac{\phi_{rk}\phi_{sk}}{\omega_k^2 - \omega_j^2 + i2\xi_k\omega_k\omega_j} \approx -i\frac{\phi_{rj}\phi_{sj}}{2\xi_j\omega_j^2} \tag{6}$$

La aproximación es válida si el modo "j" es el que más contribuye a $H_{rs}(\omega_j)$. Por lo tanto, los elementos del modo de vibración "j" se pueden calcular con las siguientes expresiones:

$$\phi_{rj} = \sqrt{-2\xi_j\omega_j^2 \operatorname{Im}\left[H_{rr}\left(\omega_j\right)\right]} \tag{7}$$

$$\phi_{sj} = \frac{-2\xi_j \omega_j^2 \operatorname{Im}\left[H_{rs}\left(\omega_j\right)\right]}{\phi_{rj}}; \qquad \text{s} = 1,\ldots, n \quad \text{y} \quad s \neq r \tag{8}$$

Los índices r y s indican, respectivamente, la posición del nodo donde se está midiendo la respuesta y el nodo en donde se aplicó la excitación a la estructura.

Métodos de identificación de daño

Es conocido que las condiciones de ortogonalidad que satisface la matriz [Φ] con los modos de vibración de un sistema discreto de n grados de libertad, en donde los modos están normalizados respecto a la matriz de masa [M], son:

$$[\Phi]^T [K][\Phi] = \left[\omega^2\right] \tag{9}$$

$$[\Phi]^T [M][\Phi] = [I] \tag{10}$$

en donde [ω^2] es una matriz diagonal que contiene los autovalores, o sea las n frecuencias naturales al cuadrado. Para facilitar la extensión al caso en que los modos y frecuencias se miden en forma experimental, se va a suponer que los n grados de libertad son de traslación, o sea los grados de libertad rotacionales se han condensado.

Si se conocen los n modos en forma analítica, o sea resolviendo el problema de autovalores correspondientes al modelo discreto, se puede usar la ecuación (9) para obtener la matriz de rigidez [K].

$$[K] = [\Phi]^{-T} \left[\omega^2\right][\Phi]^{-1} \tag{11}$$

La ecuación (10) permite evitar calcular la inversa de la matriz modal [Φ], resultando así:

$$[K] = [M][\Phi]\left[\omega^2\right][\Phi]^T [M] \tag{12}$$

Si se conocen los n modos y frecuencias medidos usando n sensores (acelerómetros por ejemplo) distribuidos sobre la estructura, se podría calcular la matriz de rigidez [K] con la ecuación (9) . Si se quiere usar la ecuación (12) se podría reemplazar la matriz de masa por la del modelo analítico de n grados de libertad.

Si se usa en la matriz modal [Φ] un número de modos m menor que n, la matriz [K*] que se obtiene se conoce como la matriz de rigidez cruda (Pérez 1994). Esta matriz de rigidez cruda (*"raw stiffness matrix"*) es:

$$\left[K^*\right] = [M]_{nxn} [\Phi]_{nxm} \left[\omega^2\right]_{mxm} [\Phi]_{mxn}^T [M]_{nxn} \tag{13}$$

Similarmente, la ecuación (9) se puede usar para obtener la matriz de flexibilidad [F] en términos de los n modos y frecuencias, ya sea analíticos o medidos. Si no se dispone de todos los n modos y frecuencias sino un subgrupo formado por las m primeras propiedades modales, la matriz [F^*] que se obtiene se denominará matriz de flexibilidad cruda ("*raw flexibility matrix*"). A partir de la expresión de la matriz de flexibilidad normal, si se limita a m los modos y frecuencias, la matriz de flexibilidad cruda resulta

$$[F^*] = [\Phi]_{nxm} \left[\frac{1}{\omega^2}\right]_{mxm} [\Phi]_{mxn}^T \tag{14}$$

Tanto [K*] como [F*] son matrices de dimensión n x n similares a las matrices de rigidez y flexibilidad de la estructura, pero singulares. O sea, no se cumple que [F*]= [K*]$^{-1}$. Como es de esperarse, la similitud entre estas dos matrices con las matrices de rigidez y flexibilidad normales depende de cuántos modos y frecuencias naturales se usan en las ecuaciones (13) y (14). Esto se puede comprobar rescribiendo la matriz de rigidez cruda en la ecuación (13) de la siguiente forma:

$$\left[K^*\right]=\left[M\right]_{nxn}\sum_{j=1}^{m}\omega_j^2\left\{\phi\right\}_j\left\{\phi_j\right\}^T\left[M\right]_{nxn} \tag{15}$$

donde $\left\{\phi\right\}_j$ es el *j*-ésimo modo de vibración.

Si se pudieran medir todos los *n* modos (o un número significativo de ellos) y obtener la matriz de rigidez experimentalmente, la comparación entre las matrices de rigidez antes y después de la ocurrencia de un defecto podría ser, en teoría, una herramienta precisa para determinar la existencia y posición del daño. Lo mismo podría hacerse usando las matrices de flexibilidad para las estructuras sin y con defectos. En resumen, examinando la matriz [Δ] que resulta de la diferencia entre las dos matrices de rigidez o flexibilidad:

$$[\Delta] = [\textit{matriz sin defectos}] - [\textit{matriz con defectos}] \tag{16}$$

sería posible identificar un defecto o daño en la estructura. Lamentablemente, en la práctica sólo es posible medir una cantidad limitada de modos. Se podría entonces tratar de usar las matrices de rigidez y flexibilidad crudas definidas en las ecuaciones (13) y (14). Surge entonces la pregunta de cuántos modos deben conocerse para poder detectar los cambios causados por un daño en la estructura. Este tema ha sido estudiado por J. Pérez (1994) y será revisado en el presente trabajo.

Con el fin de minimizar el problema que puede causar el uso de un número suficiente de modos, Pérez y Suárez propusieron despreciar los términos ω_j^2 en la definición de [*K**] en la ecuación (13). La matriz resultante se denominó matriz de seudo masa ("*pseudo mass matrix*"), aunque las unidades de sus elementos son verdaderamente masas al cuadrado. De acuerdo a Pérez y Suárez, esta matriz resultó útil para la detección de grietas en estructuras. La matriz de seudo masa [M^*] es:

$$\left[M^*\right]=\left[M\right]_{nxn}\left[\Phi\right]_{nxm}\left[\Phi\right]_{mxn}^T\left[M\right]_{nxn} \tag{17}$$

Además de la matriz de seudo-masa, Pérez y Suárez propusieron usar lo que denominaron una matriz de rigidez corregida o mejorada [Y], definida por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}\left[Y\right]&=\left[K_a\right]-\left[K_a\right]\left[\Phi\right]\left[\Phi\right]^T\left[M\right]-\left[M\right]\left[\Phi\right]\left[\Phi\right]^T\left[K_a\right]+\left[M\right]\left[\Phi\right]\left[\omega^2\right]\left[\Phi\right]^T\left[M\right]+\\&+\left[M\right]\left[\Phi\right]\left[\Phi\right]^T\left[K_a\right]\left[\Phi\right]\left[\Phi\right]^T\left[M\right]\end{aligned} \tag{18}$$

donde [K_a] es la matriz de rigidez del modelo analítico. Esta expresión para la matriz [*Y*] fue derivada por Baruch (1978) para minimizar las diferencias entre las propiedades dinámicas calculadas con una matriz de rigidez analítica y aquella con resultados de mediciones.

La matriz de masa [*M*] utilizada en la ecuación (18) puede ser la matriz de masas concentradas correspondiente al modelo experimental o una matriz de masa analítica calibrada. Esta matriz de masa calibrada se define mediante la siguiente ecuación propuesta por Berman y Nagy (1983):

$$\left[M\right]=\left[M_a\right]+\left[M_a\right]\left[\Phi\right]\left[m_a\right]^{-1}\left(\left[I\right]-\left[m_a\right]\right)\left[m_a\right]\left[\Phi\right]^T\left[M_a\right] \tag{19}$$

Se puede demostrar que esta matriz de masa [*M*] satisface las condiciones de ortogonalidad en la ecuación (10). La matriz [m_a] en la ecuación (19) es una matriz de masa normal, definida en términos de la matriz de masa analítica [M_a] y de los modos medidos:

$$\left[m_a\right]=\left[\Phi\right]^T\left[M_a\right]\left[\Phi\right] \tag{20}$$

La matriz de rigidez mejorada [*Y*] definida para los modelos con y sin defectos será una de las matrices usadas para detectar grietas en esta investigación. Como la matriz [*Y*] no es singular, invirtiendo esta matriz se puede definir una matriz de flexibilidad mejorada [*W*]:

$$[W] = [Y]^{-1} \tag{21}$$

Una vez que se obtienen las matrices antes definidas asociadas a las vigas con y sin defectos, se calcula la diferencia entre ambas, o sea la matriz [Δ] de la ecuación (16). Esta matriz de diferencia se calculará usando las matrices de rigidez $[K^*]$ y [Y], la matriz de seudo masa $[M^*]$ y las matrices de flexibilidad $[F^*]$ y [W]. Estas matrices serán expresadas en términos de los modos de vibración y frecuencias naturales como se mostró antes. Los detalles de las derivaciones de las expresiones para definir las matrices antes mencionadas se pueden encontrar en las tesis de maestría de D. Vázquez (2000) y J.M. Pérez (1994), en las que se basa este artículo.

RESULTADOS

A continuación se presenta un resumen de los resultados obtenidos al aplicar las metodologías explicadas en las secciones previas, tanto para los modelos experimentales como para los modelos analíticos (elementos finitos en dos y tres dimensiones).

Frecuencias naturales como indicadores de daños

Luego de obtener las Funciones Respuesta en Frecuencia, se determinaron las frecuencias naturales del modelo, ya sea utilizando la parte imaginaria (picos), parte real (ceros) o el módulo de la función (picos) como se mencionó anteriormente. Estos cálculos se hicieron para todos los modelos, para comparar si las frecuencias por sí solas pueden ser un indicador de daño. En la Tabla 3 se presenta un ejemplo de las frecuencias obtenidas para la viga de control y para la viga con una grieta inducida, además de la diferencia en por ciento respecto a las frecuencias de la viga de control. El caso en la tabla corresponde a una viga sin refuerzo. Observando estos resultados se puede notar que a pesar de que hay una disminución en las frecuencias (la viga con defecto es más flexible) los cambios no son tan significativos como para ser utilizados como indicador de daño. Resultados similares fueron obtenidos para la viga con dos grietas. Cuando se consideró la viga con refuerzo longitudinal, la diferencia entre ambas frecuencias se redujo aún más.

Tabla 3: Comparación de frecuencias naturales para la viga sin refuerzo y con una grieta.

	Frecuencia [Hz]		
Modo	Analíticas	Control	% Cambio
1	80.09	83.50	4.08
2	276.46	282.59	2.17
3	417.95	424.95	1.65
4	719.63	724.64	0.69

Modos de vibración como indicadores de daños

Además de las frecuencias naturales, se deseaba verificar si los modos de vibración de los elementos estructurales eran buenos indicadores para localizar daños. En la Figura 8 se pueden observar los primeros cuatro modos para la viga analítica de control y con un defecto (una grieta). Cuando los modos de la viga con y sin daño se sobreponen en un mismo gráfico, se puede observar que hay alguna diferencia entre los modos de vibración. No obstante, es la opinión de los autores que las diferencias no son suficientes como para indicar la presencia de un defecto, y mucho menos para la localización del mismo.

Es también interesante notar que el tercer modo de vibración no es similar al tercer modo teórico que predice la teoría de vigas de Euler-Bernoulli. Como se sabe, el tercer modo de una viga Euler-Bernoulli simplemente soportada es simétrico y con dos nodos intermedios. En el tercer modo de vibración de las vigas tri-dimensional, además de moverse transversalmente, los puntos de la viga se estiran y se encogen *axialmente*, en forma análoga al movimiento de una oruga. Si bien el tercer modo de la Figura 8 se asemeja al segundo modo típico de una viga simplemente soportada, el primero no es simétrico y tiene una deformación axial significativa. Las condiciones de borde de los modelos de elementos finitos bi y tri-dimensionales permiten la generación de este modo tipo "oruga". No obstante, es importante señalar que el mismo modo fue registrado tanto en las vigas analíticas como en las vigas experimentales.

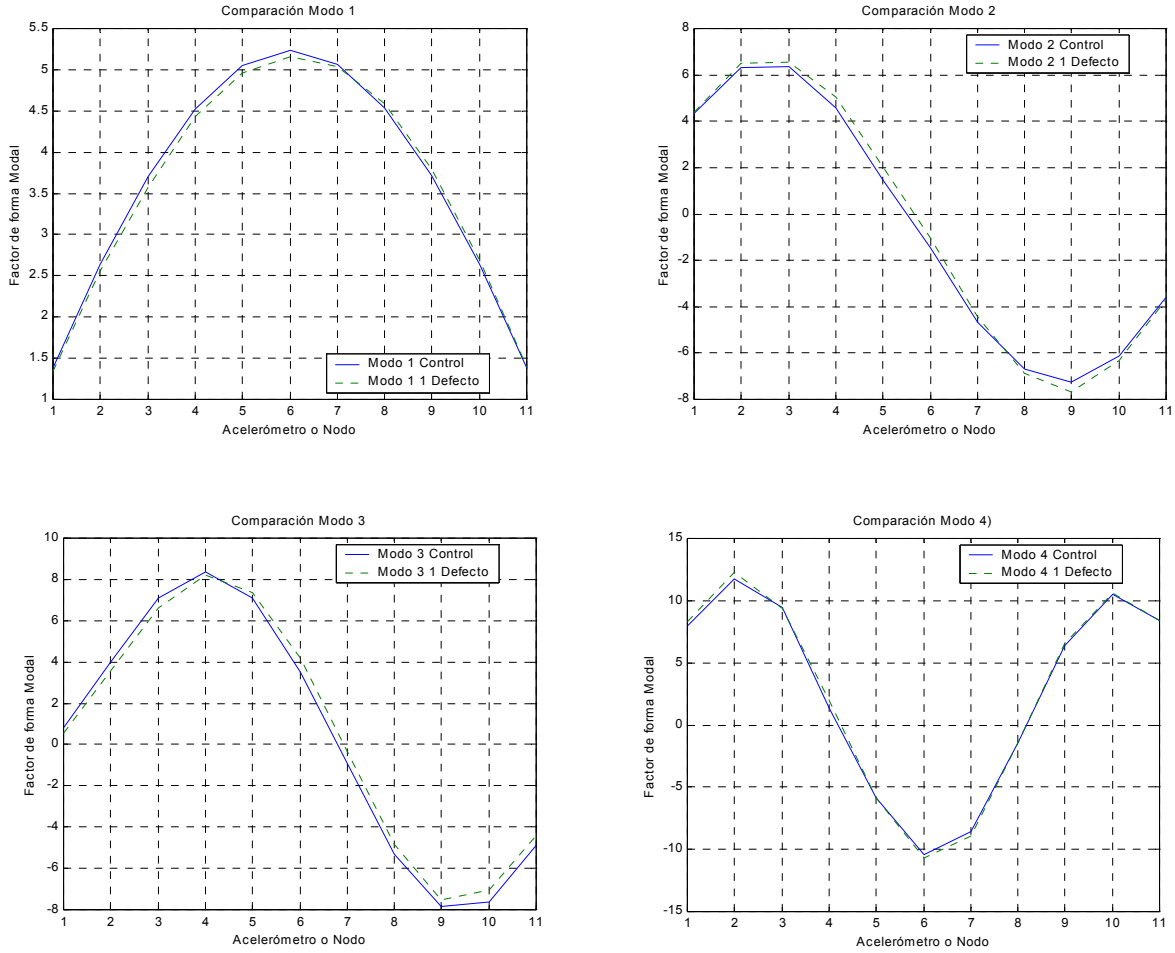

Figura 8: Comparación de los modos de vibración para la viga sin refuerzo y con una grieta.

Matrices de rigidez y flexibilidad crudas como indicadores de daños

En la investigación realizada por Pérez y Suárez (1994) usando vigas de hormigón sin refuerzo, se demostró que, al menos teóricamente, usando como mínimo tres modos de vibración en la definición de las matrices de rigidez y flexibilidad crudas, éstas proveían una buena herramienta para la identificación y localización de daños. En esta investigación se corroboró analíticamente y experimentalmente las conclusiones mencionadas. Los resultados se presentan en las Figuras 9 y 10. En la Figura 9 se muestran los resultados usando modelos de vigas analíticas bi-dimensionales con una grieta, mientras que la Figura 10 contiene información similar pero para la viga con dos grietas. En la columna izquierda de estas figuras se muestra la superficie que se obtiene al graficar los elementos de la matriz diferencia entre las matrices ([F*], [K*], etc.) de la viga de control y de la matriz de la viga con defecto(s). En la columna de la derecha se presenta el perfil de la diagonal principal de la matriz diferencia. En la primera fila de la figura se presenta la matriz [Δ] correspondiente a la matriz [F*], y en las filas descendentes los resultados obtenidos usando las matrices [Y], [W], [K*], [PK*] y [M*] respectivamente. Un defecto o daño en la viga resaltará a través de un pico en la superficie de la izquierda o en el perfil de la diagonal. Como se reportó anteriormente, cuando se considera la viga como un cuerpo tri-dimensional aparece, tanto analítica como experimentalmente, un tercer modo que no coincide con el que predicen los modelos de viga de Euler-Bernoulli. Se mencionó que este modo tiene la forma del movimiento de una oruga. Por lo tanto, para definir la matriz de rigidez se consideraron dos casos. La matriz de rigidez identificada como [K*] se calculó usando como tercera forma modal este modo "tipo oruga". Por el contrario, en la matriz que se denota como [PK*] se usó como tercer modo el que predice la teoría de Euler-Bernoulli, que a su vez corresponde al cuarto modo del modelo tri-dimensional.

Al observar las Figuras 9 y 10 se puede apreciar que para el caso bajo estudio, la matriz que mejor identifica los daños es la matriz de flexibilidad cruda [F*]. Esto ocurre tanto para la viga con uno como para aquella con dos defectos.

Estos cómputos se efectuaron también utilizando cuatro modos, lo que arrojó resultados levemente más precisos, como era de esperar. Éstos y otros resultados no se muestran aquí por limitaciones de espacio (ver las tesis de Pérez (1994) y Vázquez (2000) para mayor información). La misma metodología basada en las matrices de diferencias [Δ] se aplicó a los modelos analíticos tri-dimensionales con refuerzo longitudinal. El análisis de los resultados permitió concluir aquí también que la matriz de flexibilidad cruda [F^*] es el mejor indicador de daño, al menos para vigas simplemente soportadas.

Es pertinente mencionar que a diferencia de las vigas analíticas, debido a diversos problemas con los equipos disponibles, en las vigas experimentales sólo se pudieron obtener dos modos de vibración. Por esta razón se simuló el ensayo usando el programa de elementos finitos y tomando como excitación la fuerza real medida en el martillo modal durante la prueba experimental.

CONCLUSIONES

Esta investigación tuvo por objetivo verificar la aplicación de varias metodologías para la detección y localización de daños basadas en el uso de las propiedades modales de un elemento estructural. En particular, se estudiaron métodos basados en la comparación de las matrices de rigidez y flexibilidad de vigas con y sin daño, definidas usando un número limitado de modos. Los elementos estructurales considerados fueron vigas simplemente apoyadas de hormigón con y sin refuerzo longitudinal. Se construyeron modelos experimentales sin daño, y con una y dos grietas en la superficie inferior. Se desarrollaron modelos analíticos de estas mismas vigas usando elementos finitos bi y tri-dimensionales y el programa ANSYS. Los modelos de elementos finitos se usaron para simular numéricamente los ensayos dinámicos y para obtener las frecuencias naturales y formas modales. Utilizando una excitación impulsiva se obtuvieron las Funciones de Respuesta en Frecuencia para determinar las propiedades dinámicas de los elementos que se requieren para definir las matrices. La diferencia entre las matrices de las vigas con y sin defectos, expresadas mediante un pico en la diagonal de las mismas, fue el criterio para establecer la presencia y la localización de las grietas. Se evaluó además la factibilidad de usar como medio de diagnóstico el cambio en las frecuencias naturales y los modos de vibración.

Para el uso de la metodología basada en las matrices es necesario obtener por lo menos tres modos de vibración. Esta fue la cantidad mínima de modos necesarios para obtener la ubicación de los defectos, según concluyeron Pérez y Suárez (1994) en su investigación y respaldado en este trabajo. El equipo utilizado en el experimento podía registrar teóricamente un máximo de ocho a nueve modos de vibración. Al realizar los experimentos, se encontró que sólo se pudieron identificar dos modos de vibración. Por lo tanto, se simuló el ensayo con el modelo de elementos finitos usando como excitación la fuerza medida en el martillo modal. Se calcularon y procesaron las aceleraciones obtenidas en los puntos donde estaban los sensores, con las cuales se obtuvieron las Funciones Respuesta en Frecuencia. Con esta información se obtuvieron los parámetros modales necesarios para implementar la metodología de comparación. De esta forma se pudieron determinar un total de cuatro modos de vibración, lo cual es suficiente para implementar la metodología. Examinando las Funciones de Respuesta en Frecuencia del modelo analítico se confirmó que la contribución del primer modo de vibración para estas vigas era muy dominante y que la contribución de los otros modos en varias de las posiciones de los acelerómetros era pequeña. Por tal razón estos modos no pudieron ser registrados por los acelerómetros en el experimento de laboratorio.

La comparación entre los modos y frecuencias naturales de la viga de control y las vigas con defectos permitió confirmar que los mismos, por sí solos, no son buenos indicadores de la presencia de daños. Esta conclusión fue reportada antes por otros investigadores. Este hallazgo era de esperar porque el daño introduce un cambio local y los parámetros modales son propiedades globales. La diferencia entre estos paramentos en una estructura con y sin un daño son menores que los errores de medición, salvo que el defecto sea muy grande. Además, la situación es aún peor si se considera una estructura real completa y no un elemento estructural como se hizo en la presente investigación.

Al comparar la diferencia entre las matrices de rigidez y flexibilidad crudas y mejoradas, y la matriz de seudo masa de las vigas se demostró que para estas estructuras las matrices más eficientes fueron la matriz de flexibilidad crudas [F^*], seguida por la matriz de flexibilidad mejorada [W]. Éstas fueron capaces de detectar y situar las grietas inducidas artificialmente en las vigas cuando se utilizaron cuatro y tres modos. Comparados con estas dos matrices, la matriz de rigidez cruda [K^*], la matriz de rigidez mejorada [Y] y la matriz de seudo masa [M^*] no fueron tan buenos indicadores para la determinación y ubicación de los defectos, por lo menos para las vigas con apoyos simples estudiadas. Sería conveniente extender la investigación a estructuras completas o a modelos de éstas con defectos en distintos lugares para confirmar estos hallazgos preliminares

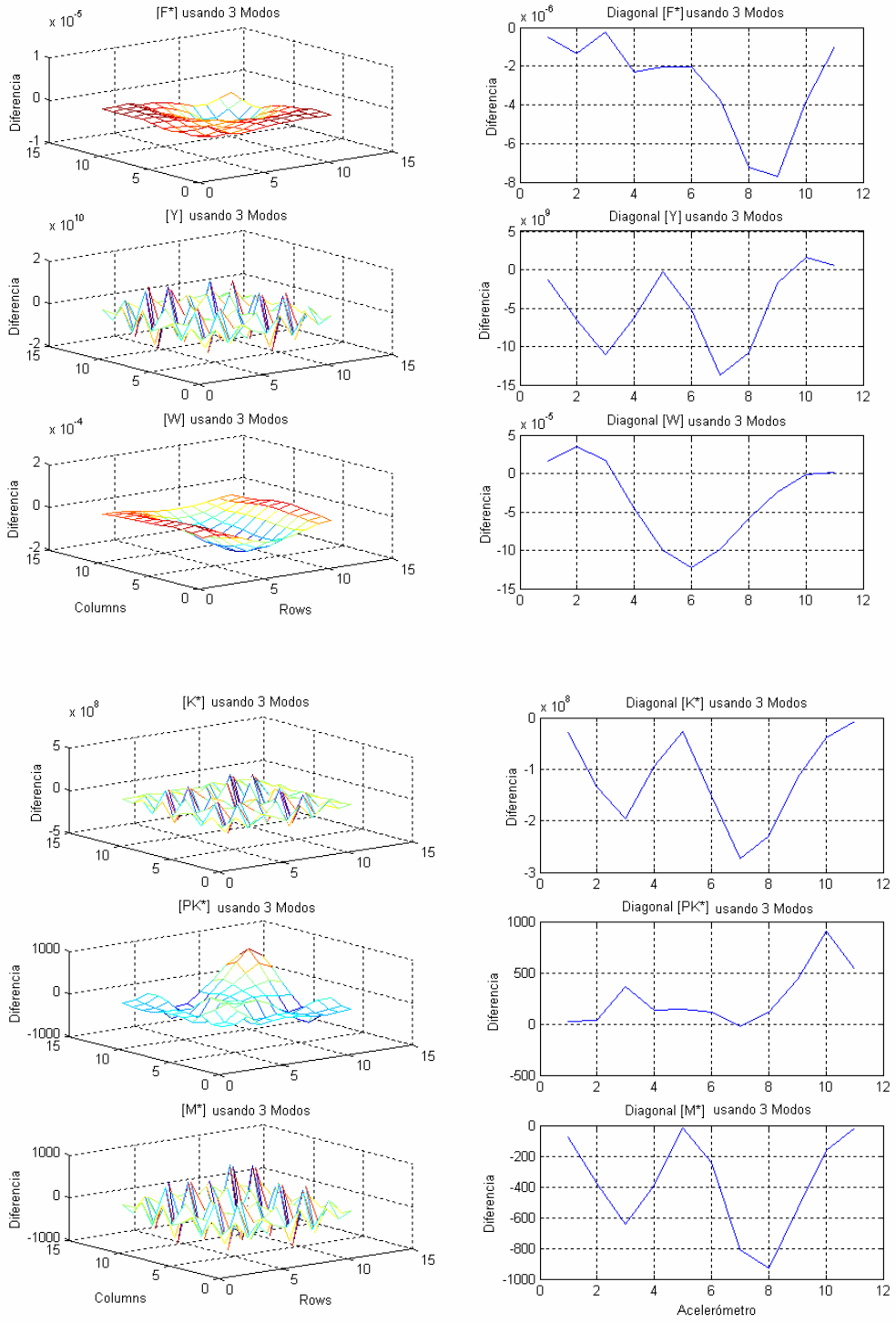

Figura 9: Diferencia de matrices utilizando tres modos (viga con un defecto).

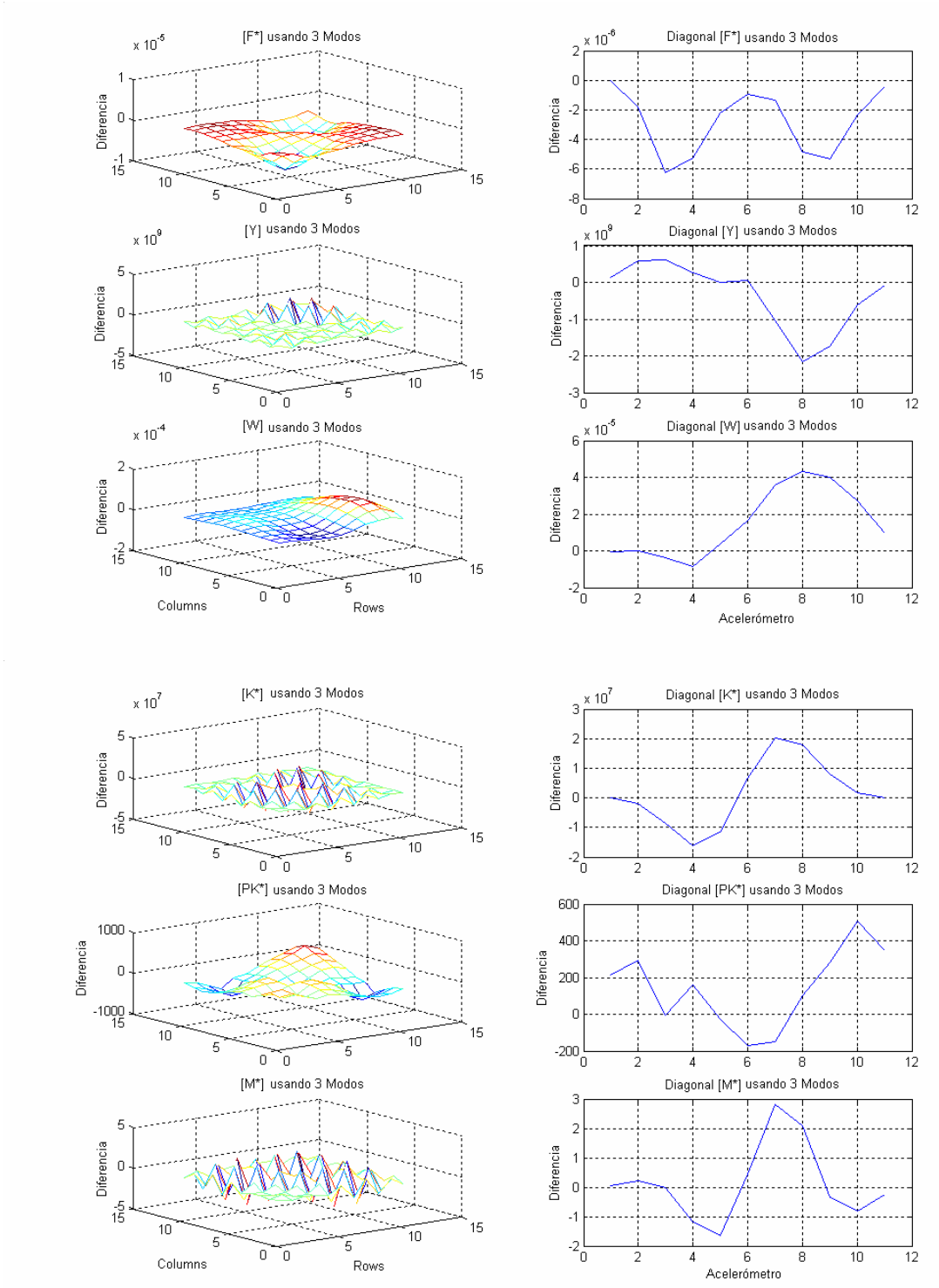

Figura 10: Diferencia de matrices utilizando tres modos (viga con dos grietas).

REFERENCIAS

ANSYS Program, Revision 5.6 (1993). Swanson Analysis Systems, Inc., Houston, Pennsylvania.

Baruch, M., (1978). "Optimization procedure to correct stiffness and flexibility matrices using vibration tests", *AIAA Journal*, Vol. 16, No. 11, pp. 1208-1210.

Berman, A. y Nagy, E.J. (1983). "Improvement of a large analytical model using test data", *AIAA Journal*, Vol. 21, No. 8, pp. 1168-1173.

Chowdhury M. R. (1991). “Variation in the modal and system parameters of steel plates due to changes in physical properties”, *Proceedings of the 9th IMAC*, Florencia, Italia, pp. 1589-1595.

Doebling, S.W., Farrar, C.R., Prime, M.B. y Shevitz, D.W. (1996). “Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: a literature review.” Los Alamos National Laboratory Report, LA-13070-MS, Los Alamos, New Mexico.

Doebling, S.W., Farrar, C.R. y Prime, M.B. (1998). “A summary review of vibration-based damage identification methods”, *The Shock and Vibration Digest*, Vol. 30, No. 2, pp. 91-105.

Ewins, D. J. (2000), *Modal testing: theory, practice and application*, 2nd Edition, Taylor & Francis.

Fox C.H.J., (1992). “The location of defects in structures: a comparison of the use of natural frequencies and mode shape data”, *Proceedings of the 10th IMAC*, San Diego, California, pp. 522-528.

Hogue T.D., Aktan A.E. y Hoyos A. (1991). “Regional identification of constructed facilities”, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 117, No. 1, pp. 128-148.

Kam, T.Y. y Lee, T.Y. (1992). “Detection of cracks in structures using modal test data”, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 42, No. 2, pp. 381 – 387.

Liang R. Y., Jialou, H. y Choy, F. (1992). “Theoretical study of crack – induced eigenfrequency changes on beam structures”, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 118, No. 2, pp. 384-396.

Mannan M.A. y Richardson M.H. (1991). “Detection and location of structural cracks using FRF measurements”, *Proceedings of the 9th IMAC*, Florencia, Italia, pp. 652-657.

Narkis, Y. (1994). “Identification of cracks location in vibrating simply supported beams”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 172, No. 4, pp. 549-558.

Pandey, A.K. and Biswas, M., (1994). “Damage detection in structures using changes in flexibility”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 169, No. 1, pp. 3-17.

Pérez, J.M., (1994). “Detection and location of damage using modal properties”, Tesis de Maestría en Ciencias, Universidad de Puerto Rico, Mayagüez, Puerto Rico.

Raghavendrachar M. y Aktan A.E., (1992). “Flexibility by multi-reference impact testing for bridge diagnostics”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 118, No. 8, pp. 2186 – 2203.

Salawu, O.S., (1997). "Detection of structural damage through changes in frequency: a review", *Engineering Structures*, Vol. 19, No. 9, pp. 718-723.

Srinivasan, M.G. y Kot, C.A., (1992). “Effect of damage on the modal parameters of a cylindrical shell”, *Proceedings of the 10th IMAC*, San Diego, California, pp. 529-535.

Vázquez D., (2000). “Determinación y localización de daños en vigas analíticas y experimentales utilizando metodologías modales y funciones de Respuesta en Frecuencia”, Tesis de Maestría en Ciencias, Universidad de Puerto Rico, Mayagüez, Puerto Rico.