

SOLUCIONES DEL CAPITULO 5

1. La tabla de función de probabilidad viene dada en la siguiente tabla

x	p(x)	xp(x)
3	6/10	18/10
4	3/10	12/10
5	1/10	5/10

	1	35/10

El valor esperado de X el menor de los numeros extraidos es 3.5

2. X: número de mujeres que trabajan que nunca han estado casadas es una Binomial con $n=11$ y $p=.30$. Luego,

- a) $P(X=2)=0.1998$
- b) $P(X\leq 3)=0.5696$
- c) $P(\text{por lo menos 7 han estado casadas})=P(X\leq 4)=0.7897$

2. Sea X: número de condenados por “lavado de dinero” que no vuelven a cometer delitos por lo menos durante los primeros cinco años de ser liberados. X es una Binomial con $n=8$ y $p=.80$. Luego,

3.

- a) $P(X=0)=.0000026$
- b) $P(X\geq 2)=1-P(X\leq 1)=1-P(X=0)-P(X=1)=1-.0000845=.9999155$
- c) $P(X\geq 5)=P(X=5)+P(X=6)+P(X=7)+P(X=8)=1-P(X\leq 4)=1-0.0562816=.9437184$.

4. X: número de personas de personas que sufren de enfermedades mentales. X es binominal con $p=1/5=.2$ y $n=30$.

Hay que usar MINITAB para calcular las probabilidades porque lasta tablas no llegan a $n=30$. Luego,

- a) $P(X=7)=0.1538$
- b) $P(\text{al menos 8 no sufran de enfermedades mentales})=P(X\leq 22)=1.000$
- c) $P(X\leq 6)=0.6070$

5. X: número de articulos defectuosos producidos

X es binomial con $p=.16$ y $n=30$. Usando MINITAB para calcular las probabilidades se tiene que

- a) $P(X=6)=0.1517$

b) $P(X \leq 10) = 0.995086$

c) $P(\text{al menos 9 no sean defectuosos}) = P(X \leq 21) = 1.000$

d) $P(6 \leq X \leq 12) = P(6) + P(7) + \dots + P(12) = F(12) - F(5)$, aquí F significa la función de probabilidad acumulada
 $= .999641 - 0.654654 = .344987$

6. Si X es una binomial con parámetros n y p entonces su media es np y su varianza es npq, donde $q = 1 - p$. En este caso, $n = 82$ y $p = .30$.

Luego

a) $\text{media} = 82 * .30 = 24.6$ es el número promedio de accidentes donde el conductor está ebrio.

b) $\text{desviación estándar} = \text{raíz cuadrada de } (82 * .30 * .70) = 4.1497$

7. Primero, hay que determinar la probabilidad p de que un artículo producido por la empresa sea defectuoso

Haciendo un árbol de probabilidades se puede ver fácilmente como se calcula p.
 $p = P(A \text{ y Defectuoso}) + P(B \text{ y Defectuoso}) = .40 * .02 + .60 * .07 = .008 + 0.042 = .05$. Aquí se ha usado la fórmula de probabilidad total.

Sea X: número de artículos defectuosos producidos por la empresa. X es binomial con $n = 12$ y $p = .05$. Luego,

a) $P(X = 3) = 0.0173$

b) $P(X \leq 2) = 0.9804$

c) $P(\text{por lo menos 9 buenos}) = P(X \leq 3) = 0.9978$

8. X: nivel de colesterol de hombres con enfermedades cardíacas es normal con media $\mu = 224$ y desviación estándar $\sigma = 48$

a) $P(X < 200) = P[Z < (200 - 224) / 48] = P\{Z < -0.5\} = 0.3085$. El 30.85% de hombres tiene bajo riesgo de tener problemas cardíacos.

b) $P(X > 250) = P[Z > (250 - 224) / 48] = P[Z > 0.54] = 1 - P[Z < 0.54] = 1 - 0.7054 = 0.2946$. El 29.46% de hombres tendrán problemas cardíacos.

c) Esto es equivalente a determinar el percentil del 95% (o el 5% superior).

$$X_{.95} = \mu + Z_{.95} * \sigma$$

Usando la tabla de la normal se determina que $Z_{.95} = 1.645$. En consecuencia

$$X_{.95} = 224 + 1.645 * 48 = 302.96$$

Un hombre deberá tener como máximo un nivel de colesterol de 302.96 para no tener que someterse a la dieta.

9. X: tiempo que los estudiantes tardan en completar un examen. X es normal con media $\mu = 60$ y desviación estándar $\sigma = 10$.

a) $P(X > 75) = P(Z > (75 - 60) / 10) = P(Z > 1.5) = 1 - P(Z < 1.5) = 1 - 0.9332 = 0.0668$

b) $P(45 < X < 85) = P[(45 - 60) / 10 < Z < (85 - 60) / 10] = P(-1.5 < Z < 2.5) = 0.9938 - 0.0668 = 0.9270$.

c) Es una mezcla de una Binomial con una Normal

Primero hay que determinar, usando la normal, la probabilidad p de que un estudiante tarde entre 40.4 y 79.6 minutos en terminar el examen

$$p = P(40.4 < X < 79.6) = P\left[\frac{(40.4-60)}{10} < Z < \frac{(79.6-60)}{10}\right] = P(-1.96 < X < 1.96) = 0.975 - 0.025 = 0.95$$

Ahora, sea Y = número de estudiantes que tardan entre 40.4 y 79.6 minutos en completar el examen. Y es una Binomial con $n=8$ y $p=0.95$ y hay que calcular $P(Y=5) = 0.0054$.

10. Sea X : contenido de una botella de jugo de naranja llenada automáticamente. X es una Normal con media $\mu=63.9$ y $\sigma=.25$.

a) $P(X < 64) = 0.655422$

b) $P(X > 63.75) = 1 - P(X < 63.75) = 1 - 0.274253$.

11. Sea X : contenido de grasa en cortes de 5 onzas de jamón. X es una Normal con media $\mu=12.34$ gramos y $\sigma=.8$ gramos. Luego

a) $P(10.2 < X < 12.5) = .5792600 - .0037365 = .5755235$. El 57.55% de cortes de jamón tiene un contenido de grasa entre 10.2 y 12.5

b) $P(X > 14) = 1 - P(X < 14) = 1 - .981007 = .018993$. El 1.89% de cortes de jamón tiene más de 14 gramos de grasa.

12. X es normal con media $\mu=72$ y desviación estandar desconocida σ . Decir que X tiene un valor mayor que 89 un 10% de las veces equivale a decir que el percentil del 90% para X es 89. Es decir,

$$X_{.90} = \mu + Z_{.90} * \sigma$$

$$89 = 72 + Z_{.90} * \sigma,$$

Usando la tabla de la normal se obtiene que $Z_{.90} = 1.28$ de donde $89 = 72 + 1.28 * \sigma$. Luego, $17 = 1.28 * \sigma$, así que $\sigma = 17 / 1.28 = 13.28$

13. X : número de millas conducidas al año. X es normal con media $\mu=12,400$ millas y desviación estándar $\sigma=3800$. Luego,

a) $P(12,100 < X < 13,200) = P\left[\frac{(12,100-12,400)}{3800} < Z < \frac{(13,200-12,400)}{3800}\right] = P(-0.08 < Z < 0.21) = \text{Area hasta } z=0.21 - \text{area hasta } z=-0.08$
 $= 0.5832 - 0.4681 = 0.1151$

b) $P(X > 15,000) = P(Z > (15,000-12,400)/3,800) = P(Z > 0.68) = 1 - P(X < 0.68) = 1 - 0.7517 = 0.2483$