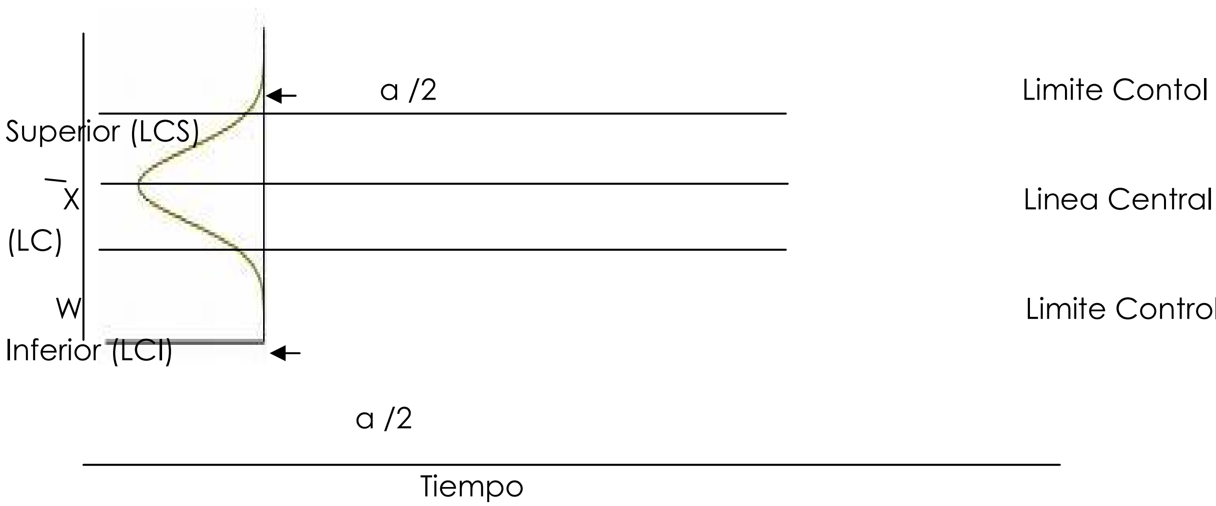
Notas de la Clase del 28 de enero de 2008 (****) Por: Joan M. Mojica Díaz

Plan: α , β ,ARL, Curva O.C., ATS

Grafico de Control: monitoreo de datos a través del tiempo.



Asumir: Conocemos **μ** y **σ**

LC = **μw** (línea central es esa media de la característica w)

LCS = **μw + k* σ / sqrt(n)**

LCI = **μw - k* σ / sqrt(n)**

Si **K=3** se conoce como los limites estándares (esto se presume cuando no es dado K), significa que se coloca los limites a 3 desviaciones estándares (3 σ = 99.73% de los datos están dentro de los limites y el .27% (**α =.0027)** de los datos fuera de los limites)

Si **K=2** esta entre ± 2σ aquí adentro se encuentra 95.5% de los datos y afuera se encuentra 4.5% **(α =.045)** de los datos.

Si **K=1,** dentro de los limites hay un 68% de los datos y fuera un 32% de los datos. **(α =.32)**

Por lo tanto, ↓ K ↑ α y las falsas alarmas

Problema: *Si continuamente se levanta bandera; se puede hacer cambios en el proceso o los empleados se desmotivan*

Error Tipo 1:

α = la probabilidad de rechazar Ho dado que debí aceptar Ho
= P(Rechazar Control | Aceptar Control)

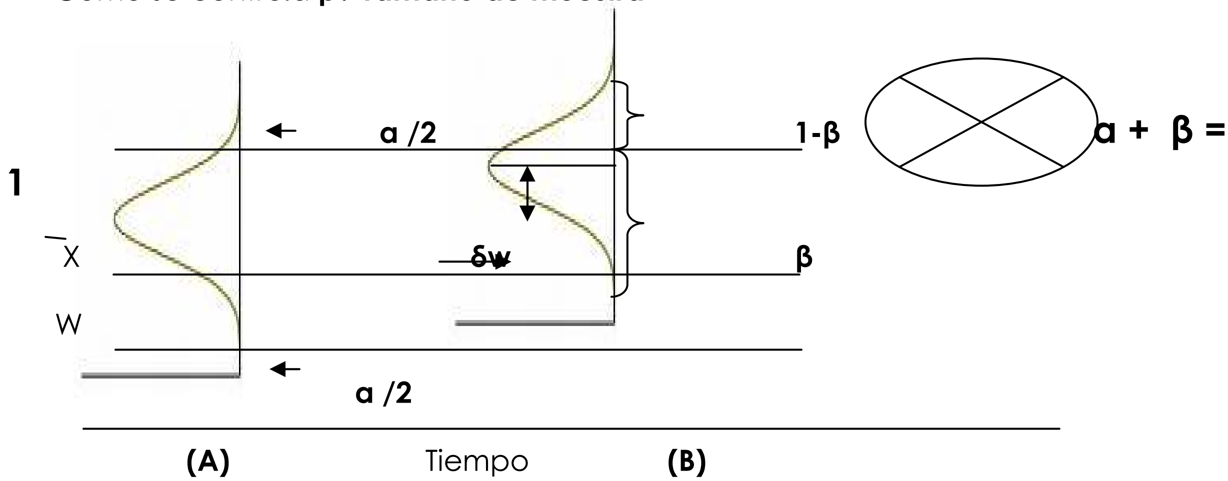
- Si los puntos están dentro esta en control si se sale un punto cuando no debe ocurrir y rechazamos control cuando debemos aceptar control

Error Tipo 2:

β = probabilidad de aceptar Ho dado que debí rechazar Ho
= P (Aceptar Control | Rechazar Control)

- Cambia algo en el proceso (puede que cambio el valor de la media)

Como se controla **α? Escogiendo K**
Como se controla **β? Tamaño de muestra**



1 – β = "POWER"
= Probabilidad de rechazar dado que debí rechazar
= P (Rechazar Control | Rechazar Control)

Estado **(A)** y **(B)** son mutuamente excluyentes, no pueden pasar simultáneamente
OJO: Error pensar que ocurren al mismo tiempo

Si se achican los limites de K cuando tenemos **β ; a medida que K aumenta, β aumenta y viceversa**

Yo puedo mantener K pero si aumento N (tamaño de muestra) los limites se hacen mas estrechos. Por lo tanto para **disminuir β aumento N. (μw + k* σ / sqrt(n))**

- **Β es más problemático que α**

ARL = "Average Run Length" (larbgo de corrida promedio)
= el **número promedio** de puntos trazados en la grafica hasta una señal fuera de los limites.

- ARL en control quiero que sea un numero bien grande
- ARL en fuera de control quiero que sea un numero bien pequeño

ARL = 1 / P , donde P= probabilidad de estar fuera de los limites
(si estamos en control P es **α (ARL = 1/ α)** , si estamos fuera de control P es **β (ARL=1/(1- β))**

En control:
K=3 , **α=.0027 , ARL = 1/.0027= 370**

- En promedio se va a tardar 370 trazos o puntos antes de que un punto se salga fuera

K=2 , **a=.045 , ARL = 1/.045= 22**
K=1 , **a=.32 , ARL = 1/.32= 3.3**

No existe un solo **β**, hay distintos **β** dependiendo del desplazamiento o cambio en el proceso (δw)

ATS = "Average Time to Signal"
= Tiempo promedio hasta la señal

ATS = h * ARL , h=tiempo (cualquier unidad de tiempo entre muestras)

Ej. Fuera de Control ARL (fuera) = 78

- Me voy a tardar 78 datos para detectar el error
- Aumento N (es mas costoso) pero para bajarlo a un numero razonable tenemos que aumentar N

Unidades en Peligro = ATS * Unidades producidas/h

Problema:
Suponga que el peso de una tableta promedio es 200mg con una deviación estándar de 9mg. Suponga que monitorea el proceso tomando 4 tabletas cada hora. Se producen 500 unidades cada ½ hora.
a) Establezca los limites de control para $\bar{X}$. (Apelando al teorema de límite central asumo normalidad)
b) Si el promedio del proceso cambia a 201mg, consiga la probabilidad de detectar el cambio en la primera muestra.
c) En la tercera muestra
d) En o antes de la tercera muestra
e) ARL, ATS, Unidades en Peligro

Solución:
a)
LCS = 200 + 3(9) / sqrt(4) = 213.5
LCI = 200 – 3(9) / sqrt(4) = 186.5
LC = 200

b)
* al ser tan pequeño el cambio, **β** aumenta
*como cambio estoy fuera de control
*Me piden 1- **β** porque pide probabilidad de detectar el cambio

1- **β =** P $(\bar{X} > LCS$ | **μ**=201 , **σ=** 9 /sqrt(4)) *** (Ojo: σ** es esta fórmula porque estamos trabajando con $\bar{X}$**)**

= P $(\bar{X} > 213.5$ | **μ**=201 , **σ=** 9 /sqrt(4))
= P (Z > (213.5 – 201)/ (9/sqrt(4)))
= P (Z > 2.77)
= 1 – P (Z<= 2.77)
= 1-.9972

1- β = .0028

*La probabilidad de encontrarlo es bien pequeña pq es bien pequeño el cambio en promedio

c) **β * β * β = β^2(1- β) = (.9972)^2 * (.0028) = .00278**

* Intento K para el primer intento es una geométrica = β^(k-1) *(1- β)

d) Como es que no lo detecto; por la Ley del complemento (sino fuese por la suma de todas las probabilidades de las posibilidades)

1- **β^3 = 1-(.0028)^3 =.999**

e) ARL (control) = 370

ARL (fuera de control) = 1 / (1- **β)** = 1/ (1-.0028) = 357

ATS = 357 * 1hr = 357 hr

Unidades en Peligro = 357hr * 1000 unidades /hr = 357,000 unidades

Que hubiese pasado si N=9 en vez de 4?

Los limites cambian; LCS = 200 + 3(9)/sqrt(9) = 209
LCI = 200 - 3(9)/sqrt (9) = 191

Cambia **β**

1- **β =** P $(\bar{X} > LCS$ | **μ**=201 , **σ=** 9 /sqrt(9))

= P $(\bar{X} > 209$ | **μ**=201 , **σ=** 9 /sqrt(9))
= P (Z > (209 – 201)/ (9/sqrt(9)))
= P (Z > 2.67)
= 1 – P (Z<= 2.67)

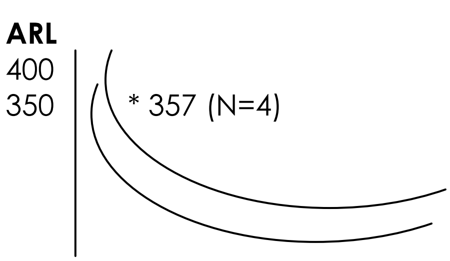
1- β = .0038

En **ARL** = 1/ (1- β) = 1/.0038 = 263

ATS =263 (1hr) =263 hrs

Unidades en Peligro = 263hr * 1000 unidades/hr = 263,000 unidades en peligro

O.C. Curves



300
250 * 263 (N=9)
200
150

DELTA

- **A medida que N aumenta ARL disminuye**